

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

“ УТВЕРЖДАЮ”
Декан физико-математического факультета



А.Н. Макаренко

“ 30 ” августа 2010 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ОПД.Р.03 Основы математического анализа

Направление: **050200.62 Физико-математическое образование**
Профессионально-образовательный профиль: Математика
Степень (квалификация) выпускника – «Бакалавр физико-математического образования (математика)»

Пояснительная записка:

Дифференциальные уравнения являются одним из основных понятий современной математики. Дифференциальные уравнения, полученные в результате исследования какого-либо реального явления или процесса, называют дифференциальной моделью этого явления или процесса. Современное развитие физики и техники невозможно без использования дифференциальных уравнений. В данном курсе рассматриваются теоретические сведения и методы решения стандартных, в приложениях к конкретным разделам физики, дифференциальных уравнений.

1. Цели и задачи дисциплины:

Курс теории обыкновенных дифференциальных уравнений является развитием одного из основных разделов современной математики – математического анализа - имеющего фундаментальное значение как для самой математики, так и для всех естественно-научных дисциплин, особенно для физики. Достаточно заметить, что все основные законы физики формулируются на языке дифференциальных уравнений. В процессе изучения курса дифференциальных уравнений студент должен усвоить основные понятия теории дифференциальных уравнений, основные типы дифференциальных уравнений и методы их интегрирования, научиться применять общие методы к решению конкретных задач в математике и физике.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины:

В результате усвоения материала курса студент должен:

1. Знать основные понятия теории дифференциальных уравнений
2. Знать типы и стандартные формы записи основных дифференциальных уравнений.
3. Знать методы решения основных дифференциальных уравнений.
4. Уметь применять дифференциальные уравнения для моделирования физических процессов.
5. Иметь представление о численном моделировании на базе современных ЭВМ.
6. иметь представление о современных направлениях развития дифференциальных уравнений и их приложениях.

2. Объем дисциплины и виды учебной работы:

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины	220				
Аудиторные занятия	110				
Лекции	55		19	36	
Практические занятия (ПЗ)	55		19	36	
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
И (или) др. виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа (СР)	110		55	55	
Курсовые работы					
Расчетно-графические работы					

Рефераты					
И (или) др. виды					
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)			Зач.	Зач.	

4. Содержание дисциплины:

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план)

2 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия или семинары	Лаборат. работы
1	Введение в анализ. Производная функции и дифференциал	4	4	
2	Применение производной и дифференциала. Исследование функций и построение графиков	4	4	
3	Неопределенный интеграл	6	6	
4	Определенный интеграл и его применение	5	5	
	Всего	19	19	

3 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия или семинары	Лаборат. работы
5	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	12	12	
6	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков.	12	12	
7	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	12	12	
	Всего	36	36	

4.2. Содержание разделов дисциплины

1. Введение в анализ: Предмет и метод математического анализа. Разделы математического анализа. Бесконечные числовые последовательности и их предел. Свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Функция и ее предел. Теоремы о пределах. Неопределенности. Замечательные пределы. Бесконечно малые функции и их свойства. Производная функции и дифференциал: Определение производной и дифференциала. Таблица производных и правила дифференцирования. Производные неявно и параметрически заданных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления.
2. Применение производной и дифференциала: Правило Лопиталя и вычисление пределов. Приближенные вычисления. Применение производной в физике. Исследование функций и построение графиков: Исследование на монотонность и экстремум. Исследование на выпуклость-вогнутость. Исследование на асимптоты. Схема полного исследования функции.
3. Неопределенный интеграл: Первообразная функции и ее свойства. Определение неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов и правила вычисления. Общие методы интегрирования – непосредственное интегрирование, замена переменной,

интегрирование по частям.

4. Определенный интеграл: Определение определенного интеграла и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница и вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла: Геометрический смысл определенного интеграла. Теорема о существовании определенного интеграла. Физический смысл определенного интеграла. Схема применения определенного интеграла.

5. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия и классификация. Уравнения, разрешенные относительно производной: уравнения с разделяющимися переменными; однородные уравнения первого порядка; линейные уравнения первого порядка. Задачи с начальными условиями (задача Коши) и приложения дифференциальных уравнений в физике. Уравнения, не разрешенные относительно производной: простейшие уравнения и их решение: уравнения Клеро и Лагранжа.

6. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков: определение и классификация: основные понятия теории. Простейшие типы дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и их решение. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и построение общего решения: метод Лагранжа и метод неопределенных коэффициентов (уравнения со специальной правой частью). Математическое моделирование физических процессов на примере математического маятника.

7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений: определение и основные понятия; задача Коши. Нормальная система и механическая интерпретация её решения, интегрирование нормальных систем. Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений.

5. Лабораторный практикум:

Не предусмотрен учебным планом.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

6.1 Рекомендуемая литература

а) основная литература:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для вузов / Г.Н. Берман. – М.: Наука, 2006. – 432 с.

2. Демидович, Б.П. Краткий курс высшей математики: учебник для вузов/Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев. - М.: Высшая школа, 1999. – 689с.

3. Шипачев, В.С. Высшая математика: учебник для вузов/ В.С. Шипачев. - М.: Высшая школа, 2003. – 479с.

4. Шипачев, В.С. Задачи по высшей математике: учебное пособие для вузов/ В.С. Шипачев. - М.: Высшая школа, 2008. - 304 с.

5.

б) дополнительная литература:

7. Гусак, А.А. Пособие к решению задач по высшей математике: учебное пособие для вузов/ А.А. Гусак. - М.: Высшая школа, 1998. – 354с.

8. Ильин, В.А. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2ч./В.А. Ильин [и др.]. – М.: Высшая школа, 2002. – Ч.1-2.

9. Матвеев, Н.М. Дифференциальные уравнения: учебное пособие для пед. ин-тов/ Н.М. Матвеев. – М.: из-во физ-мат. лит., 1996. – 347с.

10. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2 томах/ Г.М. Фихтенгольц. – С-

Пб.: Лань, 2006. – Т.1-2.

11. Тарасов, Л.В. Математический анализ: Беседы об основных понятиях/ Л.В. Тарасов. - М.: Высшая школа, 1979. -298с.

12. Сборник задач по математике для вузов: учебное пособие для вузов: в 2ч./под ред. Б.П. Демидовича [и др.]. М.: Наука. – Ч.1-2.

Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учебное пособие для вузов/А. Ф. Филиппов.-М.: Высшая школа, 2005.-174 с.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины

Рабочие программы по математическому анализу.

7. Материально техническое обеспечение дисциплины:

Не предусмотрено.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

8.1. Для преподавателей:

Необходимо сделать акцент на вопросах, ближе всего стоящих к профессиональным интересам студентов.

Лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Лекция по теме должна завершаться обобщающими выводами.

Цель практических занятий состоит в выработке устойчивых навыков решения основных примеров и задач дисциплины, на которых основана теория лекционного курса.

Практические занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Они могут быть построены как на материале одной лекции, так и на содержании обзорной лекции, а также по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

В конце практического занятия рекомендуется дать оценку всей работы, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний;
- активность;
- положительные стороны в работе студентов;
- ценные и конструктивные предложения;
- недостатки в работе студентов;
- задачи и пути устранения недостатков.

По курсу практических занятий рекомендуется проведение контрольных работ и расчетно-графических домашних заданий, оценка которых осуществляется по пятибалльной системе.

Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов

методам такой работы.

При проведении итоговой аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

8.2 Для студентов:

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является **глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче зачета и (или) экзамена**, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Для успешной подготовки и сдачи зачета (экзамена) необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
- Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

8.3. Перечень вопросов и заданий для самостоятельной работы:

2 семестр

1. Последовательность и её предел.
2. Вложенные отрезки и лемма о вложенных отрезках.
3. Монотонные последовательности. Число e .
4. Функция и её предел, эквивалентность определения предела по Коши и по Гейне.
5. Бесконечно малые (и большие) функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций и эквивалентные бесконечно малые функции.
6. Замечательные пределы и их следствия.
7. Непрерывные функции и их свойства.
8. Производная и дифференциал функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.
9. Производная сложной, обратной, параметрически и неявно заданной функции.
10. Основные теоремы дифференциального исчисления и их применение.
11. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
12. Правило Лопиталья.
13. Исследование функций и построение их графиков.
14. Первообразная и неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Использование таблицы интегралов.
15. Применение определенного интеграла для решения задач математики и физики.
16. Математическое моделирование, его методы и задачи. Дифференциальные уравнения – динамические модели реального мира, примеры. Нестандартные методы решения дифференциальных уравнений.

3 семестр

1. Какое уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением? Порядок дифференциального уравнения. Что называется решением дифференциального уравнения?
2. Какое уравнение называется уравнением первого порядка в частных производных? Понятие полного интеграла. Линейные и нелинейные задачи. Задачи на собственные значения и собственные решения.
3. Геометрическая интерпретация уравнений первого порядка и их решения. Поле направлений и интегральные кривые обыкновенного дифференциального уравнения.
4. Какое уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными? Метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. В каком случае дифференциальное уравнение вида $y' = f(x)\phi(y)$ имеет решение, не содержащееся в общем интеграле?
5. Какое уравнение первого порядка называется линейным? Линейным однородным, линейным неоднородным? Методы решения линейного неоднородного уравнения. Какое уравнение называется уравнением Бернулли? Метод решения уравнения Бернулли?
6. Какое дифференциальное уравнение называется однородным уравнением первого порядка? Метод решения этого уравнения? Какую особенность имеет расположение интегральных кривых однородного уравнения?
7. Что называется полным дифференциалом, уравнением в полных дифференциалах? Метод решения уравнения в полных дифференциалах?
8. Что такое математическое моделирование? Этапы построения математической модели процесса или явления. Примеры простейших моделей на базе дифференциальных уравнений первого порядка.
9. Простейшие уравнения высших порядков и их решение методом понижения порядка?
10. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка и их решение. Какие линейные уравнения называются однородными, какие неоднородными? Теорема о структуре решения линейного однородного и неоднородного уравнения. Решение неоднородного уравнения в случае специального вида правой части. Метод вариации произвольных постоянных.

8.4. Примерная тематика рефератов, курсовых работ:

Темы рефератов

1. Линейные уравнения второго порядка.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации.
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.

15. Уравнения с частными производными первого порядка и уравнения неразрывности.

Темы курсовых работ

1. Линейные уравнения второго порядка в резонансе и без него.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.

8.5. Примерный перечень вопросов к зачетам:

2 семестр

1. Бесконечные числовые последовательности, операции над последовательностями. Предел числовой последовательности. Монотонные последовательности и их свойства. Предел Монотонной последовательности. Лемма о вложенных отрезках.
2. Функция – определение и основные понятия. Классификация функций. Предел функции по Коши и по Гейне, эквивалентность этих определений. Свойства сходящихся функций. Неопределенные выражения и вычисление пределов.
3. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства, применение эквивалентности для вычисления пределов.
4. Монотонные функции и их сходимости, замечательные пределы и их следствия, вычисление пределов.
5. Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва функций и их классификация. Односторонние пределы и вертикальные асимптоты графика функции.
6. Производная функции: определение и вычисление; задачи, приводящие к понятию производной; свойства и таблица производных элементарных функций.
7. Дифференцируемость функций, дифференциал и его применение. Свойства дифференцируемых функций.
8. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья.
9. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
10. Применение производной для исследования функций. Построение графиков функций.
11. Первообразная и неопределенный интеграл: определение и свойства. Таблица простейших интегралов и их вычисление.
12. Основные методы интегрирования. Частные методы интегрирования. Использование таблиц интегралов.
13. Определенный интеграл: определение и свойства. Методы вычисления определенных интегралов.
14. Схема применения определенного интеграла для решения задач математики и физики. Площади фигур и объемы тел вращения.


3 семестр

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений: порядок уравнения, решения уравнения, геометрическая интерпретация уравнений и их решений, и т.д. Теорема существования и единственности. Задача Коши.
2. Дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными: стандартный вид и метод решения.
3. Линейное уравнение первого порядка: стандартный вид и метод решения. Уравнение Бернулли.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка: стандартный вид и метод решения.
5. Простейшие уравнения высших порядков: стандартный вид и решение.
6. Линейные однородные уравнения второго порядка: теорема о структуре решения и метод решения.
7. Линейные неоднородные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения и метод решения вариацией произвольных постоянных.
8. Линейные неоднородные уравнения со специальной правой частью.
9. Общие понятия о системах дифференциальных уравнений, нормальные системы дифференциальных уравнений.
10. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка, классификация краевых задач. Линейная, однородная и неоднородная краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению 050200.62 «Физико-математическое образование».


Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

доктором физико-математических наук,

профессором кафедры математического анализа  Лавровым П.М.

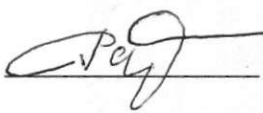
Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № 1 от «30» августа 2010 г.

Заведующий кафедрой профессор  П.М. Лавров

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией ФМФ ТГПУ

Протокол № 1 от «30» августа 2010 г.

Председатель методической комиссии  Разина Г.К.